запишем определитель граничных условий

$$\Delta_B(\alpha_1,\alpha_2,\gamma,\delta) = \delta\alpha_1^2\alpha_2^2(\alpha_1-\alpha_2)e^{2\gamma}+\delta(\alpha_1-\alpha_2)(\gamma^2+\delta^2)^2e^{-2\gamma}-$$
$$-\delta\alpha_2^2\cos(\delta e^{-\alpha_1+\gamma})[(\gamma^2+\delta^2)(2\gamma+\alpha_2)+\alpha_1(3\gamma^2-\delta^2+2\gamma\alpha_2)]+$$
$$\alpha_2^2\sin e^{-\alpha_1+\gamma}[(\gamma^2+\delta^2)(3\gamma^2-\delta^2+\alpha_1\alpha_2)-2\delta^2\alpha_1(\alpha_2+2\gamma)]+$$
$$+\delta\alpha_1^2\cos(\delta e^{-\alpha_2+\gamma})[(\gamma^2+\delta^2)(2\gamma+\alpha_1)+\alpha_2(3\gamma^2-\delta^2+2\gamma\alpha_1)]-$$
$$-\alpha_1^2\sin(e^{-\alpha_2+\gamma})[(\gamma^2+\delta^2)(3\gamma^2-\delta^2+\alpha_1\alpha_2)-2\delta^2\alpha_2(\alpha_1+2\gamma)].$$

Существуют значения параметров, при которых Δ_B имеет противоположные знаки, что доказывает наличие дивергенции.

3° Из теоремы Виета получается квадратное уравнение относительно α_2 с отрицательным дискриминантом ($\alpha_2^2-2\gamma\alpha_2+\gamma^2+\delta^2+\frac{b}{2\gamma}=0$). Случай 3° невозможен.

4° Теорема Виета показывает, что этот случай корней возможен только при $a>0$. Для функции прогиба $w(x)=c_1e^{-\alpha_1}+c_2e^{-\alpha_2}+c_3e^{\alpha_3}+c_4e^{\alpha_4}$ определитель матрицы граничных условий

$$\Delta_B(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=\alpha_3^2\alpha_4^2(\alpha_4-\alpha_3)(\alpha_1-\alpha_2)e^{-\alpha_1-\alpha_2}+$$
$$+\alpha_1^2\alpha_2^2(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_4-\alpha_3)e^{\alpha_3+\alpha_4}-\alpha_2^2\alpha_4^2(\alpha_2+\alpha_4)(\alpha_1+\alpha_3)e^{-\alpha_1+\alpha_3}+$$
$$+\alpha_2^2\alpha_3^2(\alpha_2+\alpha_3)(\alpha_1+\alpha_4)e^{-\alpha_1+\alpha_4}+\alpha_1^2\alpha_4^2(\alpha_1+\alpha_4)(\alpha_2+\alpha_3)e^{-\alpha_2+\alpha_3}-$$
$$-\alpha_1^2\alpha_3^2(\alpha_1+\alpha_3)(\alpha_2+\alpha_4)e^{-\alpha_2+\alpha_4}$$

имеет противоположные знаки, следовательно, присутствует дивергенция.

И. Б. Бадриев, В. В. Бандеров, О. А. Задворнов

Казанский (Приволжский) федеральный университет, *ildar.badriev@ksu.ru*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ О РАВНОВЕСИИ МЯГКОЙ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТОЧЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

Рассматриваются пространственные задачи о равновесном состоянии мягкой (не сопротивляющейся сжимающим усилиям) оболочки, находящейся под воздействием точечной нагрузки. В [1], исходя из уравнений равновесия, записанных в декартовой системе координат, сначала сформулирована поточечная задача. Затем на основе принципа виртуальных перемещений получена вариационная формулировка. Отдельно рассмотрен случай мягкой сетчатой оболочки, то есть оболочки, силовой основой которой является сетка, образованная двумя системами взаимно перекрещивающихся, абсолютно гибких упругих нитей. Предполагается, что узлы сети фиксированы, материал, заполняющий промежутки между нитями, не сопротивляется деформации, и ни в начальном состоянии, ни в процессе деформации соседние нити не соприкасаются. Ячейки сети считаются малыми и не сопротивляющимися сдвиговым деформациям. Деформации и перемещения допускаются конечными. При определенных условиях для функций, описывающих физические соотношения в нитях, поставлена обобщенная задача в виде вариационного неравенства в банаховом пространстве и установлена ее разрешимость. При этом трудности, связанные с наличием точечной нагрузки, удалось обойти путем введения вспомогательной задачи, с помощью которой была снята особенность, вызванная наличием точечной нагрузки.

В настоящей работе построены конечномерные аппроксимации рассматриваемой задачи и исследована их сходимость. Приближенное решение задачи проводилось на основе итерационного метода, предложенного в [2]. Разработан программный комплекс в среде MatLab, на основе которого были проведены вычислительные эксперименты для модельных задач, проведены расчеты, подтвердившие эффективность предложенного метода.

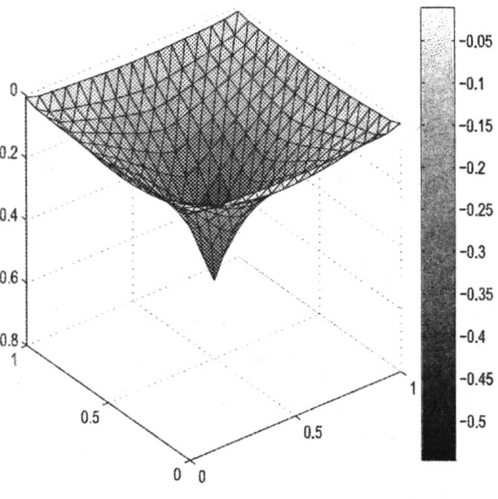

Рис. 1

На рис. 1 приведены результаты расчета для оболочки, закрепленной по краям, к которой приложена точечная нагрузка, находящаяся в центре оболочки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-00814, 10-01-00728, 11-01-00667).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Задворнов О. А. *Существование решения задачи о равновесии мягкой сетчатой оболочки при наличии точечной нагрузки* // Уч. зап. Казанского государственного университета. Серия Физико-математические науки. – 2010. – Т. 152. – Кн. 1. – С. 93–102.

2. Бадриев И. Б., Задворнов О. А. *Метод декомпозиции для решения вариационных неравенств с обратно сильно монотонными операторами* // Дифференциальные уравнения. – 2003. – Т. 39. – № 7. – С. 888–895.

И. Б. Бадриев, Б. Я. Фанюк

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

ildar.badriev@ksu.ru

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГРАНИЦ ПРЕДЕЛЬНО-РАВНОВЕСНЫХ ЦЕЛИКОВ ОСТАТОЧНОЙ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНОЙ НЕФТИ В МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТАХ

Рассмотрена задача об определении границ целиков остаточной вязко-пластичной нефти в многослойных пластах, которая, как показано в [1], может быть сведена к задаче фильтрации несжимаемой жидкости с эффективным законом, имеющим несколько точек многозначности. Обобщенная постановка задачи сформулирована в виде смешанного вариационного неравенства с обратно сильно монотонным оператором и функционалом, являющимся суммой нескольких, вообще говоря, недифференцируемых функционалов.

Для решения вариационного неравенства в [2] предложен итерационный метод расщепления, не требующий обращения